



NASKAH SOAL

PEMNAS

Pekan Matematika Nasional 2024



Babak Semifinal

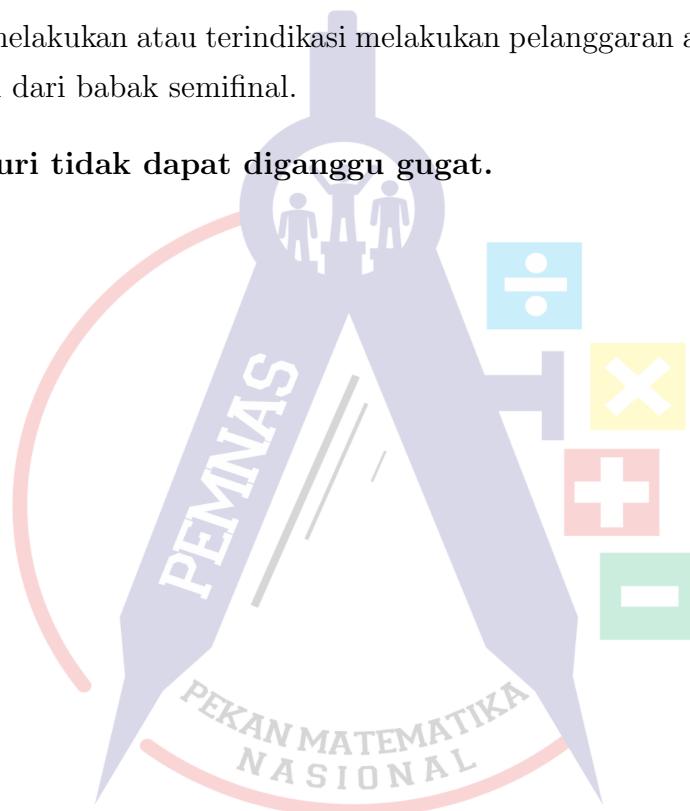
Jenjang SMP/MTs/SEDERAJAT

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN ILMU AKTUARIA (HIMATIKA)
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

Peraturan Babak Semifinal Jenjang SMP/MTs/Sederajat

1. Peserta babak semifinal merupakan peserta yang dinyatakan lolos dari babak penyisihan.
2. Terdiri dari 4 soal uraian yang dikerjakan dalam waktu 90 menit tanpa istirahat.
3. Tuliskan identitas pada setiap lembar jawaban seperti nama lengkap, asal sekolah, nomor peserta, nomor soal, dan jenjang. Lembar jawaban yang identitasnya tidak tertera dianggap tidak sah dan tidak dinilai.
4. Setiap soal dijawab dengan menuliskan **langkah-langkah hingga hasil akhir** pada lembar jawaban. Setiap soal memiliki bobot 7 poin dan tidak ada pengurangan untuk soal yang dijawab salah atau tidak dijawab.
5. Peserta yang berhak lolos ke tahap final adalah 5 peserta.
6. Ketentuan pemeringkatan:
 - (a). Diurutkan berdasarkan poin tertinggi peserta.
 - (b). Jika terdapat dua peserta atau lebih yang memiliki poin sama setelah poin (a) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan banyaknya soal yang dijawab semipurna.
 - (c). Jika terdapat dua peserta atau lebih yang masih memiliki poin sama setelah poin (b) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan jenjang kelas dengan mengutamakan kelas yang lebih muda.
 - (d). Jika terdapat dua peserta atau lebih yang masih memiliki poin sama setelah poin (c) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan umur dengan mengutamakan umur yang lebih muda.
7. Peserta dilarang membuka catatan atau menggunakan alat bantu hitung lainnya seperti kalkulator, tabel matematika, busur derajat, atau penggaris siku. Penggaris lurus dan jangka boleh digunakan.
8. Peserta tidak diperbolehkan mengganggu atau berdiskusi dengan peserta lain saat pengerjaan soal berlangsung.

9. Peserta wajib menulis jawaban menggunakan bolpoin hitam. Pensil hanya diperkenankan untuk keperluan menggambar ilustrasi.
10. Peserta dilarang menggunakan penghapus cair atau *correction tape* untuk menghapus jawaban. Jawaban yang salah cukup dicoret dengan satu coretan saja.
11. Apabila lembar jawaban tidak cukup, peserta diperbolehkan menuliskan jawaban di halaman baliknya atau meminta kepada pengawas. Peserta diperbolehkan meminta kertas buram tambahan kepada pengawas.
12. Peserta yang melakukan atau terindikasi melakukan pelanggaran atau kecurangan akan didiskualifikasi dari babak semifinal.
13. **Keputusan juri tidak dapat diganggu gugat.**

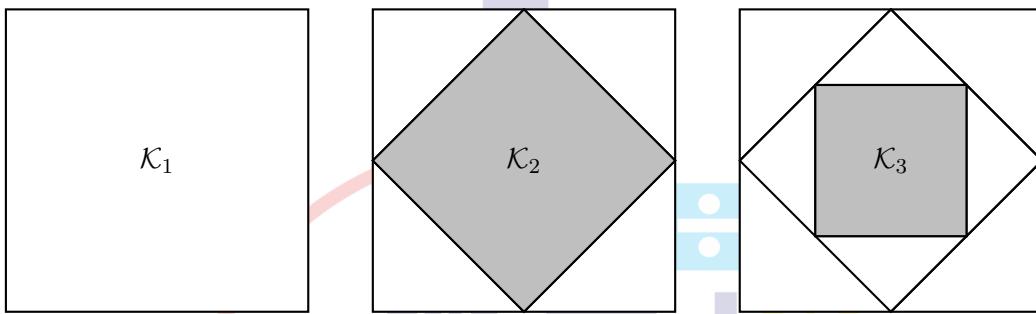


LEMBAR SOAL BABAK SEMIFINAL PEMNAS TAHUN 2024
JENJANG SMP/MTs/SEDERAJAT

90 menit

Soal 1. Diberikan persegi \mathcal{K}_1 . Persegi \mathcal{K}_2 dibentuk dengan menghubungkan titik-titik tengah dari sisi persegi \mathcal{K}_1 . Persegi \mathcal{K}_3 dibentuk dengan menghubungkan titik-titik tengah dari sisi persegi \mathcal{K}_2 . Pola ini diteruskan hingga tak berhingga banyaknya. Jika \mathcal{S}_n menyatakan keliling dari persegi \mathcal{K}_n , buktikan bahwa

$$\frac{\mathcal{S}_1 \mathcal{S}_2 + \mathcal{S}_2 \mathcal{S}_3 + \mathcal{S}_3 \mathcal{S}_4 + \dots}{(\mathcal{S}_1)^2} = \sqrt{2}.$$



Soal 2. Pada suatu turnamen sepak bola terdapat empat tim dan bertanding satu sama lain hanya sekali. Tim yang memenangkan permainan mendapatkan 3 poin, sedangkan tim yang kalah mendapatkan 0 poin. Jika permainan berakhir seri, setiap tim mendapatkan 1 poin. Tentukan peluang pada akhir turnamen setiap tim memiliki poin yang sama.

Soal 3. Misalkan $n > 1$ bilangan asli dan $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ menyatakan semua faktor positif dari n . Tentukan semua bilangan asli $n > 1$ sedemikian sehingga

$$d_1 + d_2, \quad d_1 + d_2 + d_3, \quad \dots, \quad d_1 + d_2 + \dots + d_k$$

semuanya bilangan prima.

Soal 4. Untuk bilangan real a, b, c , didefinisikan $\max(a, b, c)$ sebagai nilai terbesar dari a, b, c . Sebagai contoh, $\max(2, -5, 1) = 2$ dan $\max(1, 2, 2) = 2$. Tentukan semua tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi

$$\max(x^2 + yz, y^2 + zx, z^2 + xy) = 2 \left(\frac{x + y + z}{3} \right)^2.$$