# NASKAH SOAL

# PEMNAS

## Pekan Matematika Nasional 2024

## Babak Penyisihan

## Jenjang SMP/MTs/SEDERAJAT

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN ILMU AKTUARIA (HIMATIKA)
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

## Peraturan Babak Penyisihan Jenjang SMP/MTs/Sederajat

1. Babak penyisihan akan dilaksanakan pada Sabtu, 9 November 2024.

2. Babak penyisihan PEMNAS 2024 terdiri dari 20 soal pilihan ganda dengan rincian 8 soal kategori mudah, 8 soal kategori sedang, dan 4 soal kategori sulit dengan waktu pengerjaan selama 75 menit.

3. Peserta diperbolehkan untuk menjawab atau tidak menjawab soal. Untuk menjawab soal memilih satu dari lima pilihan, yaitu (A), (B), (C), (D), atau (E).

4. Pengerjaan soal dilakukan melalui website oleh setiap peserta di `ujian.pemnas.com`. Pengerjaan dilaksanakan menggunakan PC (komputer atau laptop) dengan daya baterai yang cukup dan koneksi internet yang stabil.

5. Banyak peserta yang berhak lolos ke tahap semifinal adalah 50 peserta, di mana sebanyak 25 peserta dalam peringkat nasional dan 25 peserta lainnya merupakan perwakilan masing-masing rayon.

6. Bobot penilaian pada babak penyisihan:

   (a). Setiap soal yang dijawab benar bernilai 2 poin untuk soal mudah, 3 poin untuk soal sedang, dan 4 poin untuk soal sulit.

   (b). Setiap soal yang dijawab salah bernilai $-1$ poin.

   (c). Setiap soal yang tidak dijawab (kosong) bernilai 0 poin.

7. Hal-hal yang diperbolehkan:

   (a). Bertanya teknis hanya kepada CS.

   (b). Menyediakan kertas kosong sebagai alat bantu menghitung.

   (c). Menggunakan penggaris lurus dan jangka.

   (d). Minum saat lomba berlangsung.

8. Hal-hal yang dilarang:

   (a). Berbuat curang dengan cara apapun.

   (b). Membuka handphone termasuk membuka sosial media.

(c). Membuka catatan, buku rumus, *cheat sheet*, dan sebagainya.

(d). Tidak bekerja mandiri seperti menggunakan bantuan orang di sekitar dan joki.

(e). Menggunakan alat bantu hitung apapun, seperti kalkulator, handphone, tabel matematika, dan sebagainya

(f). Dilarang menggunakan busur derajat atau segitiga siku-siku. Namun, penggaris lurus atau jangka diperbolehkan.

(g). Makan dan minum kecuali meminum air putih.

9. Kesalahan peserta dalam mengoperasikan aplikasi saat kompetisi bukan tanggung jawab panitia.

10. Peserta tidak dapat mengerjakan kembali jika telah menyelesaikan ujian.

11. Apabila ditemukan pelanggaran, maka peserta akan diberikan sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

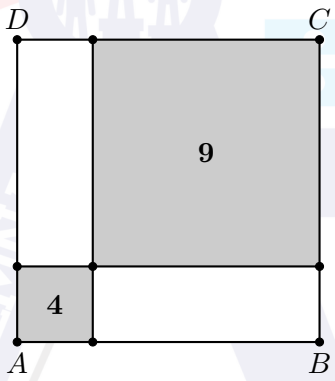
12. Keputusan Panitia PEMNAS 2024 tidak dapat diganggu gugat.

# LEMBAR SOAL BABAK PENYISIHAN PEMNAS TAHUN 2024
# JENJANG SMP/MTs/SEDERAJAT

1. Rata-rata dari lima bilangan 4, $y+6$, $2y-17$, $y+2$, dan $x$ sama dengan $y$ di mana $-2 \leq y \leq 2$. Jika nilai terbesar dan terkecil dari $x$ berturut-turut adalah $M$ dan $m$, maka nilai dari $M-m$ adalah . . . .

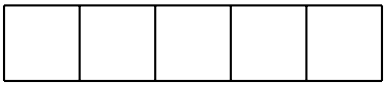
**(A)** 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

2. Di dalam persegi $ABCD$ dibuat sebuah garis horizontal dan garis vertikal yang membagi persegi tersebut menjadi empat bagian. Dua bagian diantaranya merupakan bangun persegi dengan luas 4 dan 9 sebagaimana pada gambar. Luas dari persegi $ABCD$ adalah . . . .




**(A)** 16 **(B)** 25 **(C)** 15 **(D)** 36 **(E)** 20

3. Petak berukuran $1 \times 5$ akan diwarnai menggunakan tiga jenis warna. Banyaknya hasil pewarnaan petak tersebut dengan syarat dua petak $1 \times 1$ bersebelahan harus memiliki warna yang berbeda adalah . . . .



**(A)** 54 **(B)** 32 **(C)** 108 **(D)** 48 **(E)** 36

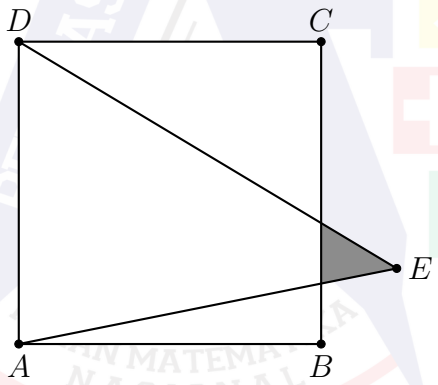
4. Suatu kelas terdiri dari 42 siswa. Sebanyak $\frac{3}{2}$ siswa yang menyukai aljabar dan geometri sama dengan banyaknya siswa yang menyukai geometri. Sementara itu, banyaknya siswa yang menyukai aljabar sama dengan 3 kali banyaknya siswa yang menyukai aljabar sekaligus geometri. Selisih banyaknya siswa yang menyukai aljabar dengan geometri adalah . . . .

**(A)** 28 **(B)** 24 **(C)** 18 **(D)** 15 **(E)** 20

5. Diketahui $N = 202420242024 \cdots 2024$ dengan bilangan 2024 ditulis sebanyak 2024 kali. Sisa pembagian $N$ jika dibagi 11 adalah . . . .

**(A)** 7 **(B)** 3 **(C)** 0 **(D)** 5 **(E)** 4

6. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 40 satuan. Titik $E$ terletak di luar persegi $ABCD$ sehingga luas dari segitiga $AED$ adalah 1000 satuan luas. Luas dari daerah yang diarsir adalah . . . satuan luas.




**(A)** 40 **(B)** 32 **(C)** 65 **(D)** 50 **(E)** 25

7. Terdapat 11 bilangan asli yang urutannya tersusun selalu naik dengan jumlah 2024. Jika selisih antara dua bilangan yang berurutan selalu sama, maka jumlah terkecil dua bilangan pertama adalah . . . .

**(A)** 26 **(B)** 35 **(C)** 17 **(D)** 44 **(E)** 53

8. Pepem menuliskan sebuah bilangan tiga angka $\overline{ABC}$ di mana $A$, $B$, dan $C$ masing-masing menyatakan suatu angka dari 0 sampai 9 (tidak harus berbeda). Selain itu, Pepem mengatakan bahwa jika $A$ dan $C$ masing-masing tidak bernilai 0. Satoru membalik susunan angka-angka dari bilangan yang ditulis Pepem, lalu menjumlahkannya sehingga diperoleh hasil berikut.

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ & C & B & A \\ \hline 1 & B & 5 & 2 \end{array} +$$

Banyaknya kemungkinan bilangan tiga angka $\overline{ABC}$ yang Pepem tuliskan agar memenuhi hasil di atas adalah . . . .

**(A)** 7 **(B)** 4 **(C)** 6 **(D)** 8 **(E)** 5

9. Misalkan $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \cdots, (a_n, b_n)$ menyatakan semua pasangan bilangan asli $(a, b)$ yang memenuhi $ab - a - b = 159$. Nilai dari $(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \cdots + (a_n + b_n)$ adalah . . . .

**(A)** 520 **(B)** 756 **(C)** 240 **(D)** 780 **(E)** 462

10. Harry adalah seorang pelatih *Quidditch* di *Hogwarts*. Suatu hari, kepala sekolah menugaskannya untuk membeli tiga jenis bola untuk permainan *Quidditch*, yaitu *Quaffle*, *Bludgers*, dan *Golden Snitch*. Dia ingin membawa bola dengan ketentuan masing-masing jenis setidaknya dua bola. Jika Harry hanya bisa membawa paling banyak 12 bola, banyaknya kemungkinan kombinasi bola yang bisa dibeli oleh Harry agar permainan tetap dapat berlangsung dan masih memiliki bola cadangan adalah . . . .

**(A)** 84 **(B)** 56 **(C)** 70 **(D)** 40 **(E)** 45

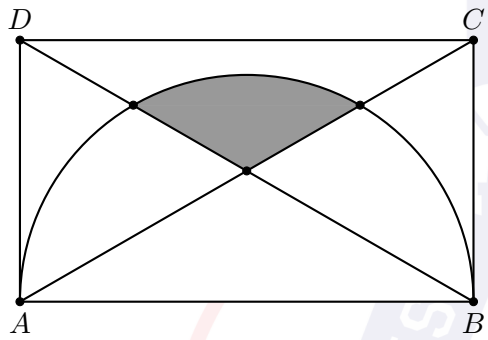
11. Banyaknya bilangan bulat $x$ yang memenuhi

$$\left(x^2-2\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-6\right)\cdots\left(x^2-2024\right)\leq 0$$

adalah . . . .

**(A)** 38 **(B)** 45 **(C)** 49 **(D)** 44 **(E)** 41

12. Diberikan persegi panjang $ABCD$ di mana panjang $AB=20\sqrt{3}$ dan $BC=20$. Dibuat setengah lingkaran berdiameter $AB$. Luas dari daerah yang diarsir adalah . . . .




**(A)** $50\left(\pi-\sqrt{3}\right)$
**(B)** $25\left(2\pi+\sqrt{3}\right)$
**(C)** $25\left(2\pi-\sqrt{6}\right)$
**(D)** $20\left(\pi+3\right)$
**(E)** $30\left(\pi\sqrt{3}-3\right)$

13. Diberikan barisan $a_1, a_2, \cdots$ dan $b_1, b_2, \cdots$. Diketahui $a_1=1$, $b_1=\dfrac{1}{2}$, dan untuk setiap bilangan asli $n$ berlaku

$$a_{n+1}=a_n+b_n \quad \text{dan} \quad b_{n+1}=b_n+\frac{n+1}{2}.$$

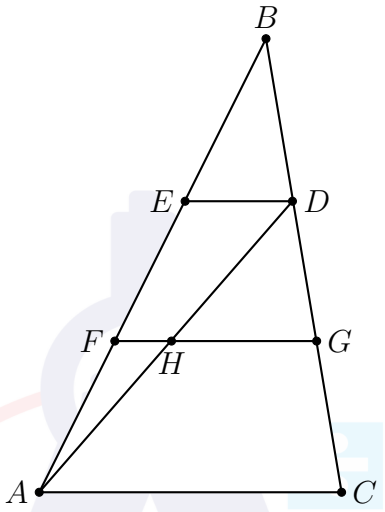
Nilai dari $a_{20}$ adalah . . . .

**(A)** 722 **(B)** 652 **(C)** 666 **(D)** 628 **(E)** 640

14. Pada suatu permainan monopoli terdapat dua dadu yang digunakan pemain untuk menentukan banyaknya langkah. Pada setiap giliran pemain diberikan satu kesempatan lemparan, dengan catatan jika mata dadu yang keluar kembar maka pemain diberikan kesempatan melempar satu kali lagi (maksimal 2 lemparan). Peluang seorang pemain mendapatkan 9 langkah dari awal lemparan dadu hingga akhir giliran adalah . . . .

**(A)** $\dfrac{17}{90}$ **(B)** $\dfrac{23}{45}$ **(C)** $\dfrac{41}{135}$ **(D)** $\dfrac{37}{90}$ **(E)** $\dfrac{22}{75}$

15. Diberikan segitiga $ABC$ yang memuat segitiga $ACD$ kemudian ditarik garis $ED$ dan $FG$ yang sejajar dengan $AC$ (gambar tidak sesuai skala). Diketahui panjang $CA = CD$, $AH = BE$, $GH = 20$, dan $GC = 30$. Jika diketahui perbandingan panjang $BD : AC = 1 : 2$, maka panjang dari $AB$ adalah . . . .




**(A)** $\frac{62}{35}\sqrt{105}$ **(B)** $\frac{42}{23}\sqrt{46}$ **(C)** $\frac{46}{29}\sqrt{29}$ **(D)** $\frac{75}{29}\sqrt{174}$ **(E)** $\frac{65}{28}\sqrt{35}$

16. Diketahui $a, b, c$, adalah suatu bilangan asli yang memenuhi $a > b > c$ dan $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c} < 2$. Nilai maksimum dari $\frac{3}{c}+\frac{2}{b}+\frac{1}{a}$ yang mungkin, dapat dituliskan dalam bentuk pecahan paling sederhana $\frac{p}{q}$ di mana $p$ dan $q$ bilangan asli. Nilai dari $p + q$ adalah . . . .

**(A)** 109 **(B)** 89 **(C)** 143 **(D)** 112 **(E)** 195

17. Didefinisikan $\lfloor x \rfloor$ sebagai bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari atau sama dengan $x$. Sebagai contoh, $\lfloor 3 \rfloor = 3$, $\lfloor \pi \rfloor = 3$, dan $\lfloor 2{,}41 \rfloor = 2$. Jika $x, y$, dan $z$ bilangan asli yang memenuhi $x + y + z = 2024$, nilai terkecil yang mungkin dari

$$\left\lfloor \frac{x^2}{y} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y^2}{z} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{z^2}{x} \right\rfloor$$

adalah . . . .

**(A)** 2024 **(B)** 2022 **(C)** 2025 **(D)** 2023 **(E)** 2020

18. Pepem ingin mengubah setiap $\bullet$ menggunakan operasi penjumlahan $(+)$ atau pengurangan $(-)$ dari

$$\bullet 1 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 5 \bullet 6 \bullet 7 \bullet 8 \bullet 9\,.$$

Jika operasi $(+)$ berada di paling kiri diasumsikan $+1 = 1$. Sebagai contoh,

$$+1+2+3-4-6+7-8+9 = 1+2+3-4-6+7-8+9.$$

Jika Pepem mengubah setiap $\bullet$ secara acak, peluang bahwa hasil yang diperoleh habis dibagi 3 dapat dinyatakan sebagai pecahan paling sederhana $\dfrac{x}{y}$ di mana $x$ dan $y$ merupakan dua bilangan asli. Nilai dari $x+y$ adalah . . . .

**(A)** 43 **(B)** 29 **(C)** 20 **(D)** 56 **(E)** 78

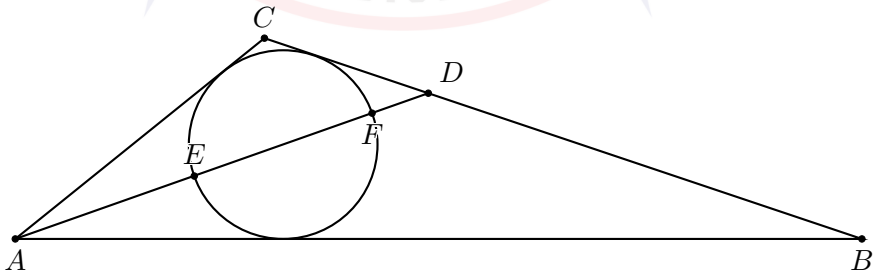
19. Bilangan asli terbesar $N$ sedemikian sehingga

$$1! \times 3! \times 5! \times 7! \times \cdots \times 187!$$

habis dibagi $19^N$ adalah . . . .

**(A)** 427 **(B)** 421 **(C)** 415 **(D)** 401 **(E)** 437

20. Diberikan segitiga $ABC$ dan garis bagi $\angle BAC$ memotong $BC$ dan lingkaran dalam di titik $D, E$, dan $F$ sebagaimana gambar berikut. Jika panjang $DF = 2\sqrt{2}$ dan $AE = EF = 7\sqrt{2}$, panjang dari $BC$ dapat dinyatakan dalam pecahan paling sederhana $\dfrac{a}{b}$. Nilai dari $a+b$ adalah . . . .




**(A)** 629 **(B)** 122 **(C)** 231 **(D)** 159 **(E)** 201